Accroître la capacité

Série d'apprentissage professionnel

ÉDITION SPÉCIALE
DU SECRÉTARIAT n° 13

La communication en classe de mathématiques

Galerie des stratégies, échange mathématique et « bansho » (présentation des idées sur un tableau)

Dans la classe de troisième année de Margo, de petits groupes d'élèves imaginent différentes solutions pour résoudre le problème posé lors de la leçon, puis présentent ces solutions à leurs camarades. Bien que la solution du premier groupe comprend des images colorées et une longue description, elle n'explique pas la stratégie utilisée par le groupe. La solution du deuxième groupe est difficile à suivre. Au fil des interventions, l'attention de la classe diminue. Pendant la présentation du sixième groupe, Margo constate que seuls quelques élèves écoutent encore leurs camarades. Les élèves quittent la salle de classe pour aller en récréation. Margo se demande ce qu'ils apprennent vraiment en présentant leurs solutions devant la classe. Comment peut-elle aider à ses élèves à communiquer plus efficacement dans le domaine des mathématiques?

Et vous, comment procédez-vous pour que vos élèves améliorent leur communication en mathématiques? Choisissez-vous des tâches et des problèmes mathématiques qui ciblent cette composante et motivent les élèves à exposer leur raisonnement en la matière? Peut-être donnez-vous aux élèves le temps d'écouter les idées de leurs camarades et d'en discuter? Il est aussi possible que vous notiez au tableau tous les détails mathématiques évoqués durant la discussion en classe. Vous demandez-vous si une directive telle que « Utilisez des mots, des nombres et des illustrations » simplifie énormément le processus qu'implique le fait de communiquer, avec précision et concision, les détails complexes d'un raisonnement mathématique?

Construire une communication mathématique efficace

Le développement des compétences des élèves en matière de communication mathématique évolue en précision et en complexité tout au long des cycles primaire, moyen et intermédiaire. Pourtant, ces caractéristiques sous-jacentes restent applicables à l'ensemble des cycles. Pendant la discussion en classe, les enseignants peuvent s'appuyer sur ces caractéristiques pour interpréter et évaluer les présentations de leurs élèves sur le plan du raisonnement mathématique, mais aussi pour définir des points de discussion.

Pourquoi la communication en mathématiques est-elle si importante?

« La communication est essentielle dans l'apprentissage mathématique car elle permet à l'enfant d'entrer en relation avec les autres en partageant ses idées, en en discutant, en y réfléchissant et en les révisant. »

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 19)

Avril 2011
ISSN : 1913 8482 (version imprimée)
ISSN : 1913 8490 (en ligne)

Le Secrétariat de la littératie et de la numératie

La ***Série d'apprentissage professionnel*** a été créée par le Secrétariat de la littératie et de la numératie pour soutenir le leadership et l'efficacité de l'enseignement dans les écoles de l'Ontario. Vous pouvez consulter les autres documents de la série à l'adresse http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/Inspire/research/capacitybuilding.html. Pour de l'information, envoyez un courriel à lns@ontario.ca.

Les caractéristiques présentées ci-dessous sont applicables à tous les niveaux :

- ***Précision*** en ce qui concerne la façon d'exprimer les hypothèses relatives aux détails du problème, choix judicieux d'une stratégie de résolution du problème, calculs précis.
- ***Conjectures et généralisations*** démontrant comment les détails de la tâche ou du problème mathématique sont abordés dans la solution.
- ***Clarté*** de l'organisation des idées, qui vise à faciliter la compréhension du lecteur (qui ne doit pas avoir à inférer, ou très peu).
- ***Argumentation cohérente*** composée d'un ensemble d'explications, de schémas, de diagrammes, de tableaux et d'exemples mathématiques.
- ***Explications*** qui justifient les idées et stratégies mathématiques en s'appuyant sur un nombre suffisant d'éléments mathématiques significatifs.
- Utilisation pertinente et précise ***de termes mathématiques, de symboles, de diagrammes et de schémas***.

Les catégories de la communication mathématique

- *Expression et organisation des idées et de l'information* (p. ex., structure logique, information pertinente).
- *Communication des idées et de l'information, de façon orale, écrite et visuelle et pour des auditoires spécifiques.*
- *Utilisation des conventions* (p. ex., symboles, unités de mesure) *et de la terminologie à l'étude.*

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 14)

Le raisonnement mathématique – Penser, parler, écrire

En écoutant, en parlant et en écrivant en mathématiques, les élèves sont non seulement amenés à organiser, réorganiser et consolider leur raisonnement et leur compréhension des mathématiques, mais aussi à analyser, à évaluer et à développer le raisonnement mathématique des autres élèves et à s'en inspirer. L'emploi du vocabulaire mathématique aide les élèves à mieux comprendre leur propre raisonnement, ainsi qu'à élaborer et à exprimer avec précision et cohérence leurs propres idées et stratégies mathématiques – à leur bénéfice et à celui des autres.

C'est au cours des discussions avec toute la classe que les élèves sont amenés à expliquer et à justifier leurs idées et stratégies, mais aussi à remettre en question celles de leurs camarades ou à leur demander des précisions complémentaires.

Toutefois, pour qu'une telle discussion soit bénéfique aux élèves, son organisation exige une excellente coordination, ce qui constitue un travail très exigeant sur le plan mathématique (Ball, Thames et Phelps, 2009). Une telle coordination demande en effet à l'enseignante ou l'enseignant d'intervenir simultanément de façon pédagogique et mathématique, il ou elle doit :

- expliquer aux élèves la meilleure façon d'intervenir dans une discussion mathématique (p. ex., en posant des questions, en proposant des explications ou en approfondissant réciproquement leur raisonnement mathématique);
- partir des solutions proposées par les élèves, afin de rendre explicite les concepts et stratégies mathématiques en lien avec le résultat d'apprentissage;
- représenter visuellement les éléments évoqués lors de la discussion pour que tous les élèves puissent les voir;
- utiliser la notation mathématique pour enregistrer le raisonnement mathématique des élèves de sorte que les élèves du cycle primaire constatent que le fait d'écrire permet de fixer la pensée.

Les discussions mathématiques ne s'amorcent pas spontanément…

« Lorsqu'il s'agit de l'apprentissage des mathématiques, on ne reconnaît pas toujours l'importance de la communication orale et écrite dans l'expression d'idées mathématiques parce que celles-ci sont souvent présentées sous forme de symboles. Les élèves n'amorcent pas spontanément des discussions mathématiques; c'est aux enseignants que revient la tâche de leur apprendre comment faire. »

(Cobb, Wood et Yackel, 1994, traduction libre)

Quand le discours de l'enseignante ou l'enseignant prédomine lors des discussions avec toute la classe, les élèves ont tendance à lui confier le rôle d'« expert », au lieu de comprendre qu'ils peuvent formuler leurs propres solutions et apprendre les uns des autres. La galerie des stratégies, l'échange mathématique et le « bansho » (présentation des idées sur un tableau) sont des moments organisés et encadrés au cours desquels les élèves peuvent exposer leur raisonnement mathématique et écouter activement celui de leurs camarades, justifier leur raisonnement devant ces derniers et réfléchir aux concepts qu'ils sont en train d'apprendre. En fait, ces méthodes constituent des forums de discussion organisés et sécurisants, qui incitent les élèves à échanger des idées et à les remettre en question. De plus – et c'est un aspect fondamental – elles rassurent les élèves en leur faisant comprendre que leurs opinions, idées et expériences sont valorisées et qu'elles contribuent directement au processus d'apprentissage de l'ensemble de la classe.

Au cours d'une galerie des stratégies, d'un échange mathématique ou d'un « bansho », il apparaît clairement aux élèves comme à l'enseignante ou l'enseignant que la communication mathématique ne se résume pas à répondre à des questions à l'aide de mots, de nombres, d'images et de symboles. Au contraire, ils prennent conscience que ces formes de communication sont sélectionnées et appliquées de façon ordonnée afin de créer une argumentation mathématique précise, où les équations, les expressions numériques et/ou les diagrammes sont perçus comme étant plus précis, concis et convaincants qu'une narration descriptive.

Ces processus de discussion forcent les élèves à utiliser des niveaux supérieurs de la pensée, telles que l'analyse, l'évaluation et la synthèse, dans l'objectif d'améliorer leur compréhension des concepts, leur utilisation de stratégies mathématiques et leur communication mathématique.

Moderniser la leçon en trois temps

Les pages qui suivent illustrent trois approches permettant de coordonner les discussions entre élèves et l'analyse de leurs solutions (galerie des stratégies, échange mathématique, « bansho » ou présentation des idées sur un tableau) dans le cadre d'une leçon en trois temps. La durée de la leçon doit être comprise entre 45 minutes et une heure.

1) ***Avant – mise en train*** (5 à 10 minutes). Rappeler les idées et stratégies mathématiques étudiées précédemment et se rapportant au résultat d'apprentissage de la leçon du jour.
2) ***Pendant – exploration*** (15 à 20 minutes). Demander aux élèves de résoudre un problème par petits groupes, en dyades, ou individuellement.
3) ***Après – échange mathématique et objectivation***
   a) ***Consolidation*** (20 à 25 minutes). Animer la discussion avec toute la classe et analyser les solutions proposées par les élèves.
   b) ***Points principaux/synthèse*** (5 minutes). Récapituler les idées et stratégies mathématiques clés se rapportant au résultat d'apprentissage.
   c) ***Mise en pratique*** (5 à 10 minutes). Demander aux élèves de résoudre un problème similaire à celui étudié pendant la leçon pour qu'ils puissent appliquer les nouvelles idées et stratégies étudiées

Galerie des stratégies

La galerie des stratégies est une technique de discussion interactive qui permet aux élèves de passer d'une situation d'écoute passive à une discussion active des idées mathématiques présentées par d'autres élèves (Fosnot et Dolk, 2002). L'objectif de la galerie des stratégies est d'inciter les élèves et l'enseignante ou l'enseignant à réfléchir mathématiquement à un certain nombre de solutions, par le biais d'une analyse des solutions des élèves au problème mathématique.

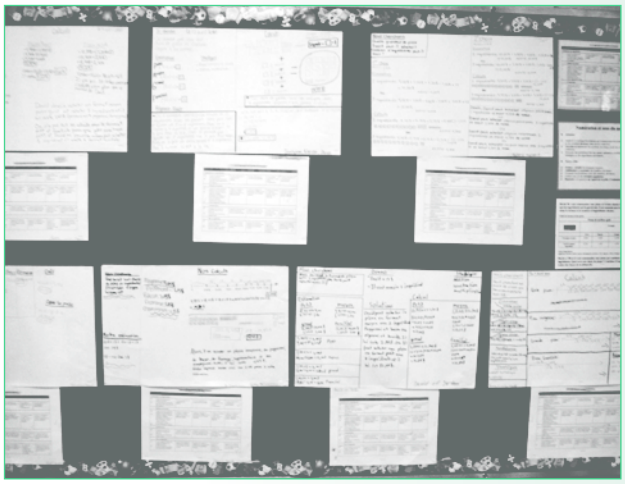
Les solutions peuvent être enregistrées sur un ordinateur, écrites sur des morceaux de papier posés sur les tables ou sur une feuille de papier affichée au mur. La galerie des stratégies dure généralement de 10 à 20 minutes – sa durée est déterminée en fonction du résultat d'apprentissage poursuivi et du degré d'analyse attendu.

Pour les élèves, la galerie des stratégies est l'occasion de découvrir plusieurs solutions et de faire des observations orales et écrites pour améliorer la clarté et la précision d'une solution. Quant aux enseignants, cette approche leur offre la possibilité de déterminer le niveau mathématique déployé dans chaque solution et d'écouter les réactions des élèves au raisonnement mathématique proposé par leurs camarades. Cette évaluation des données d'apprentissage leur permet de déterminer les points à rappeler, à clarifier ou à développer lors de la discussion avec le groupe classe (Fosnot et Dolk, 2002).

Il existe plusieurs types de galerie des stratégies. Toutefois, l'approche ci-dessous est favorisée :

a) ***Résolution du problème en petits groupes*** – Les élèves travaillent en petits groupes pour trouver une solution au problème étudié et ils écrivent leur solution sur une grande feuille.
b) ***Discussion en petits groupes*** – À tour de rôle, les groupes lisent et analysent les solutions des autres groupes, et écrivent leurs observations, leurs questions et/ou leurs suggestions d'amélioration sur des papillons adhésifs ou directement sur la feuille.

   Après trois à cinq minutes, les groupes passent à la solution suivante. L'exercice continue jusqu'à ce que toutes les solutions aient été analysées et commentées par tous les groupes. Au fur et à mesure de l'exercice, les commentaires s'accumulent pour chaque solution. Par conséquent, les groupes passent également en revue les commentaires des groupes précédents, et ajoutent uniquement des observations, questions et/ou suggestions d'amélioration qui n'ont pas encore été proposées.



Galerie des stratégies d'une classe de mathématiques de 6e année.

Les élèves construisent leur communication mathématique de différentes façons...

Pour plus d'exemples, vous pouvez consulter les webémissions du SLN :

- *L'Enquête collaborative pour l'apprentissage des mathématiques, 12 novembre 2009*
- *L'art de questionner en numératie, 30 avril 2009*
- *Stratégies à haut rendement pour améliorer l'apprentissage des élèves en mathématiques, 2 mai 2008*
- *Coaching for Student Success in Mathematics (webémission diffusée en anglais seulement), 28 juin 2007*
- *Differentiating Mathematics Instruction (webémission diffusée en anglais seulement), 28 mai 2008*

http://www.curriculum.org/secretariat/literacy_fr.shtml

c) ***Observations de l'enseignante ou l'enseignant*** – Pendant que les élèves discutent des solutions de leurs camarades, l'enseignante ou l'enseignant circule dans la classe, note ses observations, évalue le niveau de compréhension des élèves, relève les symboles et le vocabulaire mathématique qu'ils utilisent ainsi que les méprises.

d) ***Discussion en groupe classe*** – Une fois que les groupes retournent à leur propre solution, ils font une synthèse orale des commentaires, des questions et des suggestions d'amélioration devant l'ensemble de la classe. Ces synthèses fournissent à l'enseignante ou l'enseignant des détails spécifiques qu'il ou elle pourra mettre à profit pour souligner et résumer les idées et stratégies mathématiques clés en rapport avec le résultat d'apprentissage de la leçon, et également clarifier les méprises. Les groupes pourront corriger leur solution en s'aidant des réponses de leurs camarades.

Échange mathématique

L'échange mathématique est une stratégie pédagogique conçue par Fosnot et Dolk (2002) pour l'enseignement des mathématiques. La préparation et la participation à un échange mathématique peuvent s'étaler sur deux leçons. L'objectif de l'échange est de consolider en groupe classe l'apprentissage des concepts tout en étudiant les différentes stratégies présentées par les élèves. Un échange permet à l'enseignante ou l'enseignant d'encourager les élèves à réfléchir aux grandes idées présentes dans leurs solutions. Par conséquent, l'échange mathématique ne consiste pas à expliquer chaque solution, car le temps ferait défaut, et chaque élève ne comprend pas nécessairement une stratégie de la même façon que ses camarades. L'échange mathématique privilégie plutôt une approche axée sur la discussion en groupe classe de deux ou trois solutions stratégiquement choisies afin que les élèves puissent améliorer leurs apprentissages en mathématiques. Pour comprendre comment fonctionne cette stratégie, essayez de résoudre vous-même le problème suivant de deux façons différentes. Ce problème a été conçu par Jacob et Fosnot (2007).

Pour observer le déroulement d'un échange mathématique...

WEBÉMISSION DU SLN :

- *Stratégies à haut rendement pour améliorer l'apprentissage des élèves en mathématiques*
  http://www.curriculum.org/secretariat/may2f.shtml

Problème de la nourriture pour chat : les chatons ont besoin d'une alimentation spécifique. Dans ta ville, deux boutiques vendent ce type de nourriture pour chat. Les boîtes vendues ont la même capacité et sont de marque identique. Dans quelle boutique auras-tu le meilleur prix? Explique ton travail.

Bob	12 boîtes pour 15 $
Maria	20 boîtes pour 23 $

Comment votre solution se compare-t-elle par rapport aux solutions suivantes? Quelles sont leurs similarités? Leurs différences?

Solutions au problème de la nourriture pour chat

En utilisant la division

Boutique de Bob

12 ÷ 2 = 6 → 15 $ ÷ 2 = 7,50 $

6 ÷ 2 = 3 → 7,50 $ ÷ 2 = 3,75 $

3 ÷ 3 = 1 → 3 $ ÷ 3 = 1 $ et 0,75 $ ÷ 3 = 0,25 $

Boutique de Maria

20 ÷ 2 = 10 → 23 $ ÷ 2 = 11,50 $

10 ÷ 2 = 5 → 11,50 $ ÷ 2 = 5,75 $

5 ÷ 5 = 1 → 5 $ ÷ 5 = 1 $ et 0,75 $ ÷ 5 = 0,15 $

En utilisant la division

Boutique de Bob

15 $ ÷ 12 boîtes = 1,25 $ par boîte

Boutique de Maria

23 $ ÷ 20 boîtes = 1,15 $ par boîte

En comparant par rapport à un ensemble commun

Boutique de Bob	
12 boîtes	15 $
x5	x5
60 boîtes	75 $

Boutique de Maria	
20 boîtes	23 $
x3	x3
60 boîtes	69 $

En comparant à l'aide d'un tableau

Boîtes	Bob	Maria
12	15 $	?
6	7,50 $	?
3	3,75 $	?
1	1,25 $	1,15 $
20	?	23 $
60	75 $	69 $
10	?	11,50 $
5	?	5,75 $

Si l'on prend l'exemple du *problème de la nourriture pour chat*, on peut articuler l'échange mathématique autour de deux grandes idées :

a) prix unitaire résultant d'une division – prix total divisé par le nombre de boîtes;

b) équivalence – en multipliant (ou en divisant) le prix et le nombre de boîtes obtenus pour ce prix par un nombre identique, on obtient une équivalence de prix pour un nombre de boîtes différent (ici, un ensemble de 60 boîtes).

Puisque ces deux stratégies correspondent aux opérations utilisées dans le tableau (c.-à-d. multiplication et division), l'enseignante ou l'enseignant peut présenter un tableau en y organisant les différents rapports utilisés par les élèves pour comparer le prix de la nourriture pour chat. L'enseignante ou l'enseignant pourra également demander aux élèves comment ils utiliseraient le tableau pour déterminer les prix qui n'y figurent pas encore (Fosnot et Dolk, 2002; Fosnot, 2007). En règle générale, un échange mathématique (Fosnot et Dolk, 2002; Fosnot, 2007) se déroule de la façon suivante.

Préparation de l'échange mathématique – Les élèves, répartis en groupes de deux, préparent des affiches avec leurs solutions. Ces affiches doivent présenter avec concision et clarté les idées et stratégies importantes que les élèves veulent communiquer à leurs camarades. Dans l'intervalle, l'enseignante ou l'enseignant prend note de la façon dont les élèves utilisent les stratégies et les idées en préparation de l'échange mathématique. L'enseignante ou l'enseignant imagine comment pourrait s'ensuivre la discussion en groupe classe à l'aide de questions telles que :

- Quelles idées et stratégies mathématiques présentées sur les affiches doivent faire l'objet d'une discussion?
- Quel est le lien entre ces idées et stratégies et le résultat d'apprentissage de la leçon, et les concepts mathématiques précédemment discutés?
- Quelles sont les idées et les stratégies qui peuvent faire l'objet d'une généralisation? Comment peut-on susciter une généralisation mathématique?
- Comment organiser la discussion des affiches en séquences, de façon à proposer un apprentissage par étayage?

Miniéchange mathématique – Afin de préparer le miniéchange mathématique, les élèves échangent sur leur travail respectif, vérifient leurs réponses et leurs stratégies, et posent des questions pour inciter leurs camarades à clarifier et/ou développer leurs idées. Pendant ces discussions en petits groupes, tous les élèves font part de leurs stratégies, écoutent les idées des autres, posent des questions sur les aspects qu'ils ne comprennent pas et argumentent leurs idées.

Dans chaque groupe, un élève est chargé d'animer cette discussion et s'assure que chacun de ses camarades a communiqué ses stratégies, posé et/ou répondu à une question.

Animation de l'échange mathématique – Toute la classe se rassemble pour discuter des solutions présentées par deux ou trois groupes de deux élèves. Les élèves défendent leur raisonnement à l'aide d'arguments mathématiques pendant que l'enseignante ou l'enseignant oriente la discussion vers les idées et stratégies mathématiques les plus importantes. Certaines questions seront posées pour inciter les élèves à raisonner et à faire des généralisations mathématiques. L'enseignante ou l'enseignant pourra ainsi poser les questions suivantes : « En quoi cette stratégie ressemble-t-elle à/diffère-t-elle de la première solution présentée? Cette stratégie sera-t-elle toujours valable? Comment le sais-tu? Quand risque-t-elle de ne pas fonctionner? Pourquoi? »

« Bansho » (présentation des idées sur un tableau)

Bansho est un terme japonais qui signifie littéralement « écrire sur un tableau ». D'après les ouvrages de Yoshida (2002), puis de Fernandez et Yoshida (2004), l'objectif du bansho est d'organiser et de conserver une trace du raisonnement mathématique obtenu à partir de l'analyse des solutions d'élèves et produit collectivement par plusieurs élèves, et ce, à l'aide d'un tableau. La présentation des idées sur le tableau inclut des schémas, des modes de représentation en mots, semi-concrets et symboliques d'une ou des stratégies utilisées par les élèves pour résoudre le problème posé au cours de la leçon. Puisque cette méthode de consignation par écrit permet de comparer simultanément plusieurs solutions, elle donne aux élèves les moyens de construire de nouvelles idées mathématiques et d'approfondir leur compréhension en la matière. Le tableau retrace visuellement l'intégralité de la leçon, ce qui offre aux élèves et à l'enseignante ou l'enseignant une vue d'ensemble de la discussion mathématique, à tout

Les enseignants doivent s'appuyer sur les processus collectifs et individuels de la construction du sens des élèves...

« Pendant toute la durée de la discussion en groupe classe, le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant consiste à développer, puis à s'appuyer sur les processus collectifs et individuels de la construction du sens des élèves, plutôt que de se contenter de déclarer que telle ou telle approche est correcte, ou de montrer comment résoudre des problèmes prévisibles. »

(Stein, Engle, Smith et Hughes, 2008, p. 315, traduction libre)

moment de la leçon. Ainsi, en modelant une organisation efficace, le bansho améliore les capacités de prise de note des élèves. Les enseignants japonais s'efforcent de conserver les données écrites tout au long de la leçon, sans jamais effacer le tableau (Yoshida, 2002).

La technique japonaise du bansho fait l'objet d'une interprétation et d'une adaptation au système d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques de l'Ontario par Kathryn Kubota-Zarivnij (étude sous presse). La chercheuse met notamment en évidence la démarche du bansho dans une salle de classe de l'Ontario dans le contexte d'une leçon en trois temps.

Comment le tableau devrait-il être organisé?

Pour noter tous les détails mathématiques générés au cours de la leçon en trois parties, il faut utiliser un support d'écriture de grande dimension, bien effacé et accessible (p. ex., un tableau noir, un tableau interactif, ou un tableau d'affichage – mais pas de chevalet de conférence).

1) ***Avant – mise en train*** L'enseignante ou l'enseignant inscrit la question qui va ouvrir la discussion ou le problème à résoudre ainsi que les réponses mathématiques des élèves, en mettant en évidence les détails qui se rapportent au résultat d'apprentissage de la leçon. Ces éléments ne doivent pas occuper plus d'un huitième du tableau.
2) ***Pendant – exploration*** L'enseignante ou l'enseignant écrit le problème et les informations identifiées par les élèves. Les solutions de chaque élève doivent pouvoir être lues par ses camarades. Ensuite, on fournira à chaque groupe des feuilles de papier de format tabloïd 27,9 cm x 43,2 cm ainsi que des marqueurs. On utilisera environ un huitième du tableau.
3) ***Après – échange mathématique et objectivation***
   a) ***Consolidation*** – Deux à quatre solutions sont affichées sur le tableau. Les élèves s'en servent comme aide visuelle pour expliquer leurs solutions, et les autres élèves ainsi que l'enseignante ou l'enseignant les utilisent pour poser des questions et proposer des suggestions. L'enseignante ou l'enseignant écrit les annotations mathématiques sur/autour des solutions, de sorte que le raisonnement mathématique qui sous-tend chaque solution apparaisse clairement à tous. On utilisera environ la moitié du tableau.
   b) ***Points principaux/synthèse*** – Les principaux concepts, algorithmes et/ou stratégies mathématiques sont synthétisés et consignés sous forme de liste afin que les concepts appris lors de la leçon apparaissent clairement à chaque élève. On utilisera environ un huitième du tableau.
   c) ***Mise en pratique*** – L'un des problèmes posés et deux des solutions proposées par les élèves sont notés au tableau. On utilisera environ un huitième du tableau.

Parmi les solutions des élèves, quelles sont celles à sélectionner?

Pendant que les élèves travaillent à solutionner le problème, l'enseignante ou l'enseignant circule, note ses observations et choisit deux à quatre solutions différentes qui peuvent être reliées les unes aux autres afin de mieux faire comprendre le résultat d'apprentissage de la leçon au cours de la discussion en groupe classe. Au Japon, les solutions des élèves sont choisies en fonction de trois critères : précision, efficacité et généralisation. En Ontario, ces critères sont élargis afin de mettre l'accent sur la notion qui soutient les constructions mathématiques; autrement dit, on s'intéressera davantage à la façon dont les solutions s'appuient sur le raisonnement mathématique des autres solutions ou en dérivent. On pourra notamment inclure le type de stratégie mathématique employée (p. ex., dans le cas de l'addition, le fait de dénombrer, de regrouper des nombres pour en produire un nouveau, d'utiliser les nombres repères 5 et 10, de doubler un nombre et d'en ajouter/soustraire un), les relations unissant les représentations d'un concept et les algorithmes personnels et usuels, ou encore les types d'expression numérique.

Quelles sont les solutions qui doivent être présentées en premier?

Plutôt que d'accepter de façon aléatoire les solutions proposées volontairement par les élèves, il convient d'ordonner les solutions de manière stratégique, afin d'obtenir un apprentissage par étayage. Les solutions des élèves ne doivent pas être organisées en fonction de leur degré d'exactitude. En règle générale, il faut plutôt présenter en premier lieu les solutions fondées sur des concepts, présenter ensuite les solutions qui proposent des stratégies ou des algorithmes plus efficaces, et terminer par les solutions qui sont axées sur des généralisations. Pour savoir quelle est la solution à présenter en premier, en deuxième et en troisième lieu, l'enseignante ou l'enseignant doit se poser les questions suivantes :

Comment organiser la discussion en classe?

- Quels sont les éléments mathématiques (c.-à-d. les concepts, les algorithmes, les stratégies, les modes de représentation) que les élèves ont employés pour trouver leur solution? Comment les éléments mathématiques exploités dans la solution peuvent-ils être reliés au résultat d'apprentissage de la leçon?

L'enseignante ou l'enseignant vu comme le cœur du groupe...

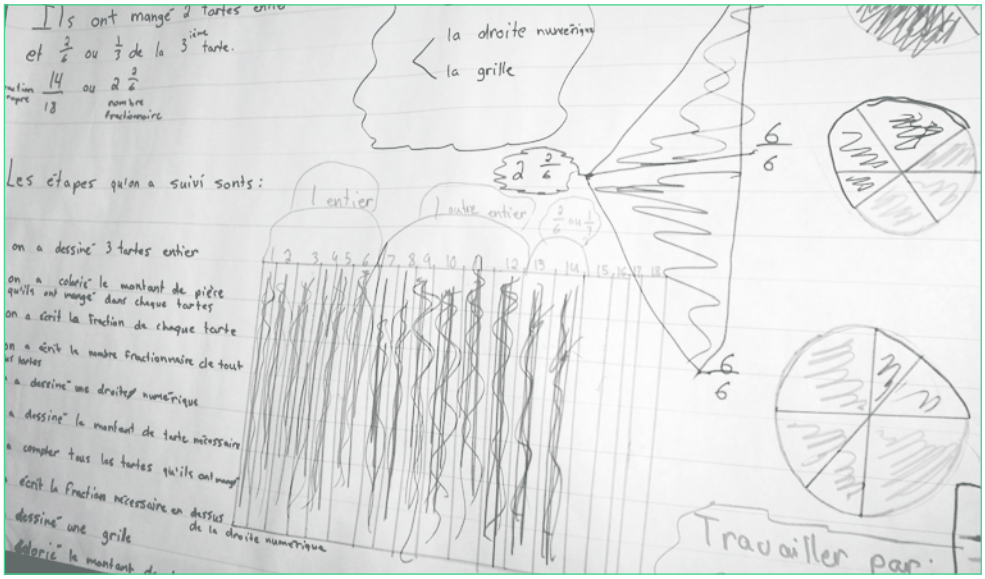
« L'enseignante ou l'enseignant est chargé de susciter l'attention, de sélectionner les options à interpréter ou sur lesquelles agir en classe... L'art d'enseigner ne peut pas se limiter à se centrer sur une conclusion prédéterminée. Il ne s'agit pas de reproduire ou de perpétuer une même solution. On attend plutôt de l'enseignante ou l'enseignant qu'il ou elle élargisse le champ des possibilités et crée un climat propice à l'apparition d'options jusqu'alors inédites. »

(Davis, 2005, p. 87, traduction libre)

- Quelles sont les solutions fondées sur des concepts? Quelles sont les solutions qui utilisent une méthode ou un algorithme efficaces? Quelles sont les solutions qui intègrent une généralisation mathématique, ou qui peuvent y mener?
- Comment les solutions sont-elles liées les unes aux autres sur le plan mathématique? Comment les solutions sont-elles liées au résultat d'apprentissage de la leçon?

Les élèves (c'est-à-dire les auteurs des solutions retenues) présentent de façon synthétique la stratégie qu'ils ont utilisée pour résoudre le problème. Leurs camarades leur posent des questions et formulent des suggestions à propos de certains détails de la solution, afin que ceux-ci soient parfaitement explicites.

L'enseignante ou l'enseignant note les éléments les plus significatifs des interventions de façon concise, sur/à côté des solutions figurant sur le tableau.



Traces du travail des élèves d'une classe de 3e année sur les fractions.

Quelles sont les annotations mathématiques utilisées?

L'enseignante ou l'enseignant écrit les annotations mathématiques sur et autour du travail de l'élève pour plusieurs raisons :

a) pour développer ou expliciter un raisonnement mathématique qui n'était pas clairement exprimé dans le travail écrit, en utilisant des diagrammes, des tableaux, des détails explicatifs concis;

b) pour formaliser les idées de l'élève à l'aide de termes et de notations mathématiques (symboles, nombres);

c) pour mettre en évidence les liens qui existent entre les solutions des élèves, de sorte que tous comprennent comment les solutions s'imbriquent les unes dans les autres.

Quelques conseils concernant la phase de préparation

Organiser l'environnement d'apprentissage de la salle de classe

Il est nécessaire de travailler de façon ciblée et continue pour créer un climat de classe où chaque élève se sentira suffisamment à l'aise pour expliquer son raisonnement devant l'enseignante ou l'enseignant et ses camarades quand ceux-ci posent des questions, réagissent aux arguments présentés. Vous trouverez ci-dessous quelques suggestions vous permettant d'approfondir ce travail :

- Demandez à la classe de se répartir en groupes (par deux ou en petits groupes) et de s'asseoir face à face, en veillant à ce qu'il y ait suffisamment d'espace pour que les membres du groupe puissent écrire et utiliser du matériel concret.
- Effacez le tableau afin qu'il soit possible d'y afficher les travaux des élèves et/ou d'y noter des éléments mathématiques tout au long de la leçon en trois temps.

Pourquoi la communication est importante en classe de mathématiques, à l'écrit comme à l'oral

« La communication orale est une façon très efficace de leur permettre de démontrer et d'approfondir leur compréhension des concepts. Il faut donc fournir aux élèves diverses occasions de développer ces habiletés en classe, c'est-à-dire des occasions où ils doivent discuter, écouter, questionner, expliquer, définir ou justifier. »

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 83)

« L'écrit peut révéler une bonne partie de ce que les élèves ont appris et maîtrisé. »

« Pour les amener à réaliser une communication écrite en mathématiques, il faut avant tout leur donner la possibilité d'exprimer tout haut ce qu'ils comprennent et d'écouter les idées de leurs camarades. »

« La qualité des productions écrites en mathématiques s'améliore considérablement lorsqu'on accorde d'abord une place aux échanges entre élèves. Ces échanges leur permettent de discuter de la tâche à accomplir et de suggérer des éléments de solutions possibles avant de consigner le tout par écrit. »

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006, p. 95)

- Utilisez des stratégies d'apprentissage coopératif – tables rondes, napperons, stratégies de type « se retourner et parler », « penser-parler-partager », « penser-préparer-écrire » – pour organiser les interactions ou discussions entre élèves et donner aux élèves le temps nécessaire pour formuler une réponse.
- Instaurer un climat propice à l'écoute, où les élèves (et l'enseignante ou l'enseignant) écoutent chaque élève avec attention, curiosité et sans porter de jugement.

Se préparer sur le plan mathématique

- Résoudre le problème posé dans la leçon d'au moins deux façons différentes, pour mieux comprendre les concepts, les habiletés et les stratégies évoquées par le problème.
- Reportez-vous au chapitre « Organisation du programme-cadre de mathématiques » et au sous chapitre « Les attentes et les contenus d'apprentissage » du curriculum de l'Ontario (ministère de l'Éducation, 2005) et aux *Guides d'enseignement efficace des mathématiques* pour créer une liste des termes mathématiques, des modèles mathématiques et des notations symboliques en lien avec la leçon.
- Posez-vous les questions suivantes pendant que vous observez et écoutez le raisonnement mathématique des élèves :
  - Quels sont les éléments mathématiques qui apparaissent clairement dans les communications des élèves (à l'oral, à l'écrit, dans les modes de représentation)?
  - Quel langage mathématique faut-il utiliser pour exprimer clairement les éléments mathématiques constatés dans les présentations écrites et orales des élèves? (p. ex., actions, concepts et stratégies mathématiques)?
  - Quelles sont les relations mathématiques qui existent entre les différentes solutions des élèves?

En groupe classe, analyser les stratégies utilisées

- Écoutez activement les idées des élèves pour y repérer la compréhension commune, mais aussi pour déterminer quand intervenir ou cesser d'intervenir dans la discussion, quand insister pour qu'un concept soit mieux compris, quand donner raison à un élève si plusieurs élèves opposent des arguments et quand traiter les méprises ou éclaircir les points ambigus.
- Posez des questions ouvertes qui vont inciter l'élève à clarifier ou à développer un point, des questions qui permettent de rassembler ou de créer des idées et des approches différentes, et qui remettent en question la validité des idées évoquées. Les questions peuvent inclure des interrogations comme « Comment le sais-tu? », « Pourquoi? », « Que se passerait-il si...? », « Que remarques-tu? ». Pour inciter les élèves à développer un point, vous pouvez demander « Pouvez-vous trouver une autre solution, une autre stratégie ou une autre explication? Et une autre? Et encore une autre? ».
- Encouragez la reformulation des idées, en demandant à l'élève de redire ce qu'il a dit (ou en la faisant vous-même), en paraphrasant différemment et/ou en développant les idées mathématiques de l'élève. La reformulation permet d'insister sur les idées qui viennent directement des élèves, et elle offre un espace où discuter/approfondir le sens implicite propre aux idées et aux questions mathématiques des élèves.

Bibliographie

BALL D., M. H. THAMES et G. PHELPS. *Content knowledge for teaching. What makes it special?*, Journal of Teacher Education, vol. 59, n° 5, 2009, p. 389-407.

DAVIS B. Teacher as "*consciousness of the collective*", Complicity: An International Journal of Complexity and Education, vol. 2, n° 1, 2006, p. 85-88.

COBB P., T. WOOD et E. YACKEL. *Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development.* New York: Oxford University Press, 1994.

FOSNOT C. et M. DOLK. *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*, Portsmouth, NH: Heinemann, 2002.

FOSNOT C. *Investigating fractions, decimals, and percents: Grades 4-6*. Portsmouth, NH: Heinemann, 2007.

JACOB B. et C. FOSNOT. *Best buys, ratios, and rates: Addition and subtraction of fractions*. Portsmouth, NH: Heinemann, 2007.

KUBOTA-ZARIVNIJ, K. *Translating Japanese teaching and learning practices for North American mathematics educational contexts. It's not simple nor complicated. It's complex*, Thèse de doctorat en cours, travail non publié au moment de la publication du présent document. Université York, Toronto (Ontario).

SECRÉTARIAT DE LA LITTÉRATIE ET DE LA NUMÉRATIE. *Blocs d'apprentissage pour la littératie et la numératie*, document originellement publié dans le numéro spécial n° 1 *Faire la différence... De la recherche à la pratique*, réimprimé dans l'Édition spéciale n° 1 de la *Série d'apprentissage professionnel*, 2007.

ONTARIO. Ministère de l'Éducation. *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année* : Mathématiques, Toronto (Ontario) : Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2005.

ONTARIO. Ministère de l'Éducation. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année : fascicule 2 – Résolution de problèmes*, Toronto (Ontario) : Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2006.

STEIN M. K., R. A. ENGLE, M. S. SMITH et E. K. HUGHES. *Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell*, Mathematical Thinking and Learning, vol. 10, 2008, p. 313-340.

YOSHIDA, M. *Developing effective use of the blackboard study*, données obtenues le 12 juin 2007 à partir de la page Web consacrée à « RBS Lesson Study Conference 2002 ». [http://www.rbs.org/Special-Topics/Lesson-Study/Lesson-Study-Conference-2002/204/]

Autre référence

RADFORD L., et S. DEMERS. *Communication et apprentissage. Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Ottawa, Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, 2004.